Hiperelastik Malzeme Modelleme ve Karakterizasyonu

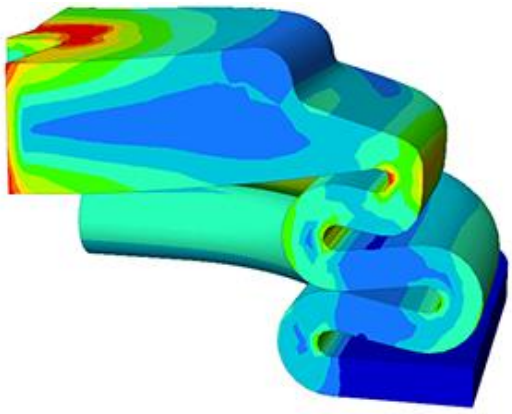
HAZIRLAYAN
Doğukan Alkan Yapısal Analiz Mühendisi

Tarih : 29 / 02 / 2024

Bu teknik yazı, Marc yazılımı aracılığıyla, Hiperelastik malzeme modellenmesini ve karakterizasyonunu kapsayan kapsamlı bir inceleme sunmayı amaçlamaktadır. Hiperelastik malzemeler, elastik malzemelerden farklı olarak büyük şekil değişimlerine maruz kaldıklarında doğrusal olmayan bir davranış gösterirler. Bu doğrusal olmayan davranışın simülasyon ortamında değerlendirilmesi geliştirme aşamaları için önemlidir.

1. Giriş

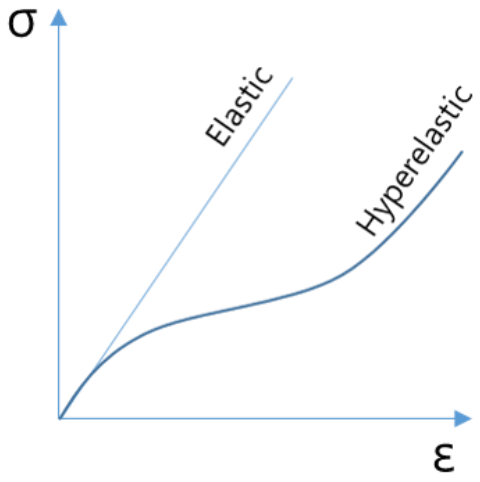
Marc, hiperelastik malzeme modellenmesi için geniş bir malzeme modeli kütüphanesi sunmaktadır. Böylece çeşitli malzeme davranışlarının daha doğru bir şekilde analiz edilmesini sağlar. Çözümlerin büyük deformasyonlar içerdiği kauçuk-benzeri malzemeleri modellemek için hiperelastik malzeme modelleri kullanılabilir. Malzemenin doğrusal olmayan elastik, izotropik ve sıkıştırılamaz olduğu varsayılır. Sıkıştırılamazlık nedeniyle bu malzemelerin sonlu eleman formülasyonu birçok güçlük içermektedir. Global Stiffness matrisine, serbestlik derecelerini eklemek için sıkıştırılamazlığın gerinim enerjisi fonksiyonu adı verilen katsayıları yazılmaktadır.



Figür 1 – Sıkıştırılmış bir kauçuk malzeme örneği

2. Hiperelastik Malzemeler ve Temel Özellikleri

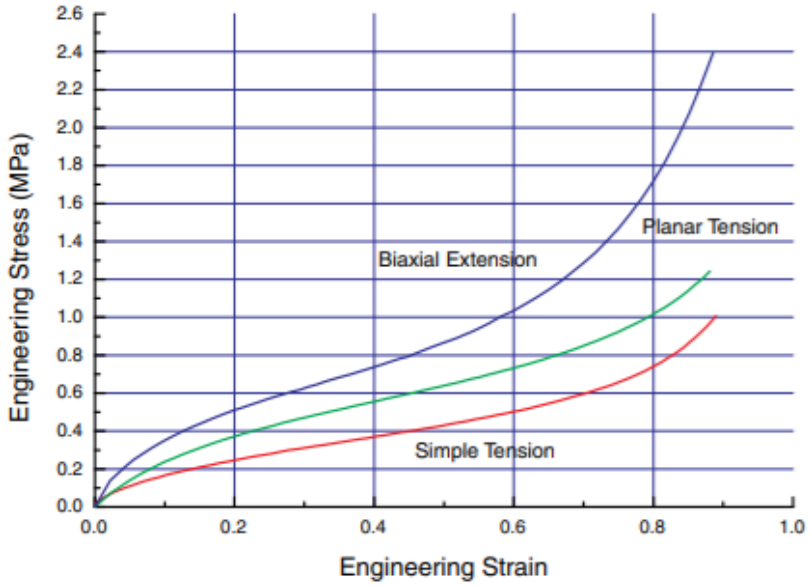
Hiperelastik malzemeler, genellikle büyük deformasyonlar altında elastik olmayan bir davranış sergileyen malzemelerdir. Bu tür malzemeler, elastik malzemelerden farklı olarak elastik bölgesi neredeyse hiç yoktur. Hiperelastik malzemelerin temel özellikleri arasında büyük gerilme-şekil değiştirme ilişkileri, anizotropi ve malzemenin enerji absorbe etme süreçleri bulunmaktadır. Bu malzemelerin deformasyonları genellikle geniş bir aralıkta değişir ve bu nedenle doğrusal elastisite teorileri bu durumu doğru bir şekilde temsil edemez. Hiperelastik malzemeler, biyomekanik sistemler, elastomerler, lastik ve biyolojik dokular gibi birçok uygulama alanında karşımıza çıkar. Büyük gerinim değerlerin yanında anlık elastik davranış gösteren yapılar için de kullanılmaktadır. Hiperelastik malzemeler %100 strain'e kadar şekil değişimi yaşayabilir ve yük ortadan kaldırıldığında, yapı eski haline geri döner. Bunun sebebi Figür 2'de gösterilen, Stress-Strain eğrisinde de görülebileceği gibi; kuvvetin kalkması (unloading) durumunda üzerinde herhangi bir kalıcı deformasyon oluşmamasıdır.



Figür 2 – Hiperelastik malzeme için tipik Stress/Strain Eğrisi

3. Hiperelastik Malzemelere Uygulanan Mekanik Testler

Hiperelastik malzemeler, farklı türdeki yüklemelere maruz kaldıklarında farklı bir davranış sergilemektedir. Bu malzemelerin mekanik özelliklerini, literatürdeki metaller gibi bulmak kolay değildir. Dolayısıyla analizi söz konusu olduğunda malzeme numunelerinin Stress-Strain verilerinin toplanmasını gereklidir. Mekanik özelliklerini belirlemek için; 3 tanesi temel olmak üzere toplamda 6-7 adet test uygulanmaktadır. Hiperelastik malzemeler, birden fazla gerinim durumu ile temsil edilirse daha iyi performans gösterir. Test uygulamaları sıcaklığa göre karakterize edilmelidir. Ayrıca, malzeme testlerinde kullanılacak tüm numunelerinin birbirleri ile aynı olması gerekmektedir. Gerekli testler tamamlandıktan sonra, bu veriler Marc'ta "Experimental Data Fit" kısmından veri seti olarak birleştirilerek, eğriler elde edilmektedir. Figür 3'te 3 farklı test için oluşturulmuş eğri görülmektedir.



Figür 3 – Test sonuçlarından alınan verilere göre Hiperelastik malzemeler için eğri oluşturma

a) **Tek eksenli Çekme Testi (Uniaxial Tension Test) :** Bu test, tüm testlerin temeli olarak kabul edilir ve malzemenin bir eksen boyunca gerilme davranışını değerlendirmek için yapılır. Malzemenin gerilme-deformasyon karakteristikleri belirlenir, doğrusal olmayan elastik özellikleri anlaşılır ve malzeme modellerinin oluşturulmasına katkıda bulunur.

b) **İki Eksenli Çekme Testi (Biaxial Tension Test) :** Bu test, malzemenin iki eksen boyunca gerilme tepkisini değerlendirir. Uniaxial testten farklı olarak, malzeme üzerinde farklı yönlere uygulanan gerilmelere maruz bırakılarak anizotropik özellikler ve malzemenin kompleks davranışları incelenmektedir.

c) **Düzlemsel Kesme testi (Planar Shear Test) :** Malzemenin kesme gerilmesi altındaki davranışını inceleyerek, malzemenin elastik olmayan deformasyonlarını ve kesme modülünü belirlemek için kullanılır. Bu test, malzemenin non-lineer elastik özelliklerini daha ayrıntılı bir şekilde anlamamıza yardımcı olmaktadır. Malzemenin tamamen sıkıştırılamaz olduğu varsayıldığında, numunede gerilme yönüne 45 derecelik bir açıyla saf kesme durumu mevcuttur.

d) **Tek Eksenli Basma Testi (Uniaxial Compression Test) :** Basma testi de, malzemenin çeşitli sıkıştırma seviyelerindeki davranışını inceleyerek, sıkışma modülü ve sıkıştırma elastik özellikleri hakkında bilgi sağlayan popüler bir testdir. Bu test, malzemenin pratik uygulamalarda maruz kaldığı koşulları simüle eder.

e) **Hacimsel Sıkıştırma Testi (Volumetric Compression Test) :** Hacimsel sıkıştırma, malzemenin sıkıştırılabilirliğinin incelendiği bir deneydir. Bu deneyde, silindirik bir numune bir fikstür içinde kısıtlanır ve sıkıştırılır. Sıkıştırma sırasındaki gerçek yer değiştirme çok küçüktür.

f) **Hysteresis Testi :** Bu test, malzemenin tekrarlanan gerilme ve gevşeme döngülerindeki enerji kaybını ölçer. Histeriz testi, malzemenin döngüsel yüklenme altındaki dayanıklılığını ve enerji emilimini değerlendirerek, malzemenin performansını belirlemektedir.

4. Hiperelastik Malzeme Modelleri

Hiperelastik malzemelerin davranışlarını matematiksel olarak ifade eden pek çok model vardır. Hiperelastik malzeme modellenmesi, büyük deformasyonlara maruz kalan malzemelerin doğru bir şekilde simülasyonunu gerçekleştirebilmek ve malzemenin gerçek dünya koşullarında nasıl davrandığını anlamak için oldukça önemlidir. Bu modeller, malzemenin karmaşıklığını ve doğrusal olmayan elastik özelliklerini daha doğru bir şekilde yansıtarak analizlerin doğruluğunu artırır.

Birçok Hiperelastik formülasyon, test verileriyle daha iyi bir uyum sağlayan Strain enerjisinin Genelleştirilmiş Mooney-Rivlin polinom fonksiyonuna dayanmaktadır. Her hiperelastik malzemenin formülasyonu için, Strain Enerjisi Potansiyeli (W) gereklidir. İçi dolu veya oluklu olan tüm kauçuklar için genelleştirilmiş formülasyon, Denklem 1'deki gibidir.

$$W = \sum_{i,j=1}^{N} C_{ij}\,(I_1 - 3)^i\,(I_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{D_i}\,(I_3 - 1)^2\, i \qquad (1)$$

Strain Enerji Potansiyeli için invaryant ve uzama oranı değerleri tanımlanır. İnvaryantlar, koordinat sisteminden bağımsız gerinmeleri ölçmek için kullanılmaktadır. Strain enerjisi potansiyelinin tanımlanması için üç yönde uzama ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) oranları yazılır. Burada λ_1 ve λ_2 düzlemdeki uzamaları temsil ederken , λ_3 ise düzlem dışı uzamayı temsil etmektedir. Üç yöndeki gerinme invaryantları aşağıdaki denklemlerle yazılabilir:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \qquad (2)$$

$$I_2 = \lambda_1^2\,\lambda_2^2 + \lambda_2^2\,\lambda_3^2 + \lambda_3^2\,\lambda_1^2 \qquad (3)$$

$$I_3 = \lambda_1^2\,\lambda_2^2\,\lambda_3^2 \qquad (4)$$

İzotropik ve mükemmel sıkıştırılamaz bir malzeme için I_3 = 1'dir. Strain enerjisi potansiyeli (W), uzama oranları ve gerinme invaryantlarının fonksiyonudur. Literatürde kullanılan bazı hiperelastik malzemeler aşağıda açıklanmıştır.

a) **Mooney-Rivlin Modeli :** %100 şekil değiştirmeye kadar çekme testi verileriyle iyi uyum göstermesine rağmen, deformasyonun basınç modunu açıklamada yetersiz bulunmuştur. Üstelik bu model, malzemenin büyük gerinimlerdeki sertleşmesini hesaba katmamaktadır. Lastik modellerinde kauçuk için genel olarak Mooney-Rivlin hiperelastik malzeme modeli kullanılmaktadır. Nonlinear elastisitenin temeli olarak, Mooney-Rivlin'in formülasyonu Denklem 5 ile ifade edilmektedir. 3 ifadeli formülasyonu ise, Denklem 6'da gösterilmektedir.

$$W = C_{10}\,(I_1 - 3) + C_{01}\,(I_2 - 3) \qquad (5)$$

$$W = C_{10}\,(I_1 - 3) + C_{01}\,(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \qquad (6)$$

Bununla birlikte, Tschoegl'in 1971'de yayınlanan araştırmaları, Strain enerjisinin genelleştirilmiş Mooney-Rivlin fonksiyonunda 1. dereceden daha yüksek terimlerin tutulmasının kauçuklar için test verileriyle daha iyi bir uyum sağladığı gerçeğinin altını çizmiştir.

2 ve 3 terimli Mooney-Rivlin dışında; Signiorini, Second Order Invariant ve James-Green-Simpson formülasyonlarıda bulunmaktadır. Ancak bunlar kullanım yüzdesi oldukça düşüktür. Tüm bu modeller sabit olmayan kayma modülünü hesaba katmaktadır. Bununla birlikte, deneysel verilerin aralığı dışında kalan ve fiziksel olmayan sonuçlar veren, kararsız enerji fonksiyonlarıyla karşılaşılabileceğinden, verilere uyması için daha yüksek dereceli terimlerin dahil edilmesi konusunda dikkatli olunmalıdır.

b) **Neo-Hookean Modeli:** Neo-Hookean modeli, izotropik elastik malzemelerin davranışını anlamak için kullanılır. Bu model, tek bir C sabiti kullanarak malzemenin enerji potansiyelini ifade eder. Deneysel verilerle iyi korelasyon sağlamaktadır. Tek eksenli çekmede %40'a kadar strain ve düzlemsel kesmede %90'a kadar strain temsil edebilmektedir. Neo-Hookean'in formülasyonu Denklem 7 ile ifade edilmektedir.

$$W\,(I_1) \;=\; C_{10}\,(I_1 - 3) \tag{7}$$

c) **Yeoh Modeli :** Bu model, yalnızca tek eksenli bir gerilim testinden elde edilen verileri kullanarak çeşitli deformasyon modlarını temsil eder. Bu, malzeme testi gereksinimlerinin azalmasına yol açar. Ancak, düşük gerinimler için zayıf davranır. Düşük strain'lerde kötü davranış sergilemektedir. Yeoh'un formülasyonu Denklem 8 ile ifade edilmektedir.

$$W \;=\; C_{10}\,(I_1 - 3) \;+\; C_{20}(I_1 - 3)^2 \;+\; C_{30}(I_1 - 3)^3 \tag{8}$$

d) **Arruda-Boyce Modeli :** Arruda-Boyce modeli, sekiz zincirli bir modelle temsil edilen bir elastomerin temel moleküler yapısına dayanmaktadır. Genellikle büyük deformasyonlara maruz kalan malzemelerin kompleks davranışlarını daha doğru bir şekilde ifade eder. Sadece çekme verisi varsa iyi sonuç vermektedir. Formülasyonu, Denklem 9 ile ifade edilmektedir.

$$W \;=\; nKT\left[\frac{1}{2}(I_1 - 3) \;+\; \frac{1}{20N}(I_1^2 - 9) \;+\; \frac{11}{1050N^2}(I_1^3 - 27) + ..\right] \tag{9}$$

Bu denklemde; N = uzunluktaki bağlantıların sayısı, n = zincir yoğunluğu, K = Boltzmann sabiti, T = sıcaklık, şeklinde ifadelendirilmektedir.

e) **Gent Modeli :** Gent modeli, elastomerin temel moleküler yapısını açıklar ve ağdaki bireysel zincirlerin Gauss olmayan davranışını simüle eder. Arruda-Boyce modeline benzerdir ancak zincir uzamasının sınırlandırılmasına dayanır. Sadece çekme verisi varsa iyi sonuç verir. Gent modelinin formülasyonu, Denklem 10 ile ifade edilmektedir.

$$W_{dev}^{Gent} \;=\; -\,\frac{E}{6}\,(\bar{I}_m - 3)\log\left(1 - \frac{\bar{I}_1 - 3}{\bar{I}_m - 3}\right) \tag{10}$$

f) **Ogden Modeli :** Ogden, Strain enerji fonksiyonunu, temel gerilmelerin ayrılabilir fonksiyonları olarak önermiştir. Uygulamada 1, 2 veya 3 terimli olarak kurulur. 3 terimden fazlası nadiren kullanılır. Ogden modelinin formülasyonu, Denklem 11 ile ifade edilmektedir.

$$W\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\right) = \sum_{r=0}^{n\to\infty} \frac{\mu_r}{\alpha_r}\left(\lambda_1^{\alpha_r} + \lambda_2^{\alpha_r} + \lambda_3^{\alpha_r} - 3\right) \tag{11}$$

Burada μ_r ve α_r malzeme testlerinden bulunacak olan katsayılardır. Ogden modeli %700'e kadar olan gerinmelerde iyi sonuçlar vermektedir.

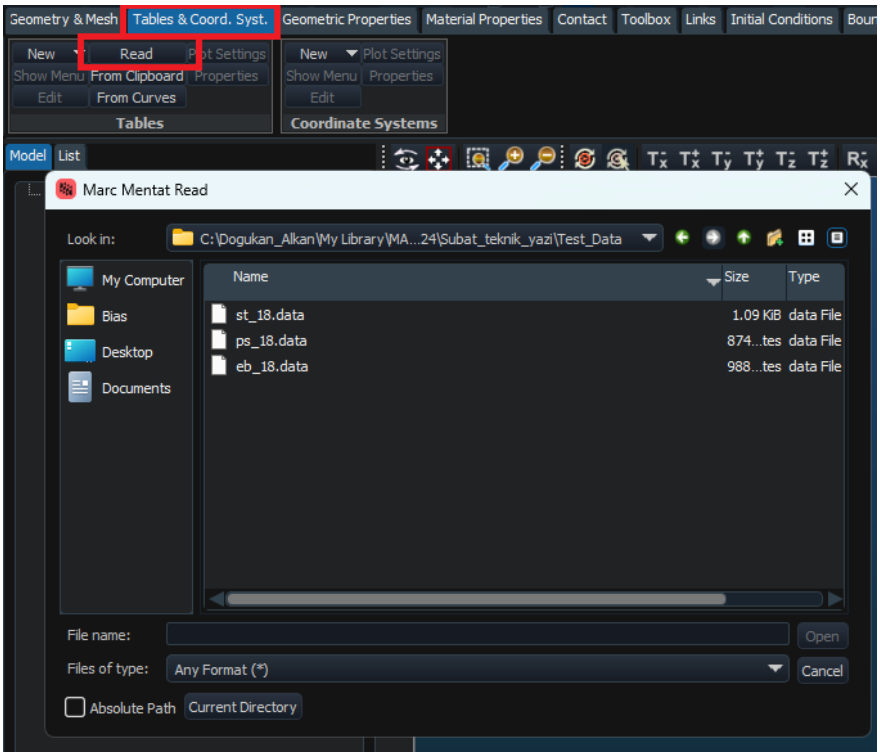
g) **Marlow Modeli :** Marlow modeli, minimum verinin mevcut olduğu durumlarda analiz yapmak için yararlı olan basitleştirilmiş bir modeldir. Mühendislik stress-strain verileri, tablolar aracılığıyla doğrudan girilebilmektedir. 1. Invariant değerine bağlıdır. Ek olarak eğri uydurma işlemine gerek yoktur.

h) **Foam (Köpük) Modeli :** Çok yüksek hacimsel deformasyona maruz kalan malzemeleri modellemek için kullanılmaktadır. Sıkıştırılabilirlik çalışmaya dahil olmaktadır. Blatz-Ko, Penn ve Storaker köpük olarak modellenmektedir.

5. Marc'ta Hiperelastik Malzeme Tanımlama

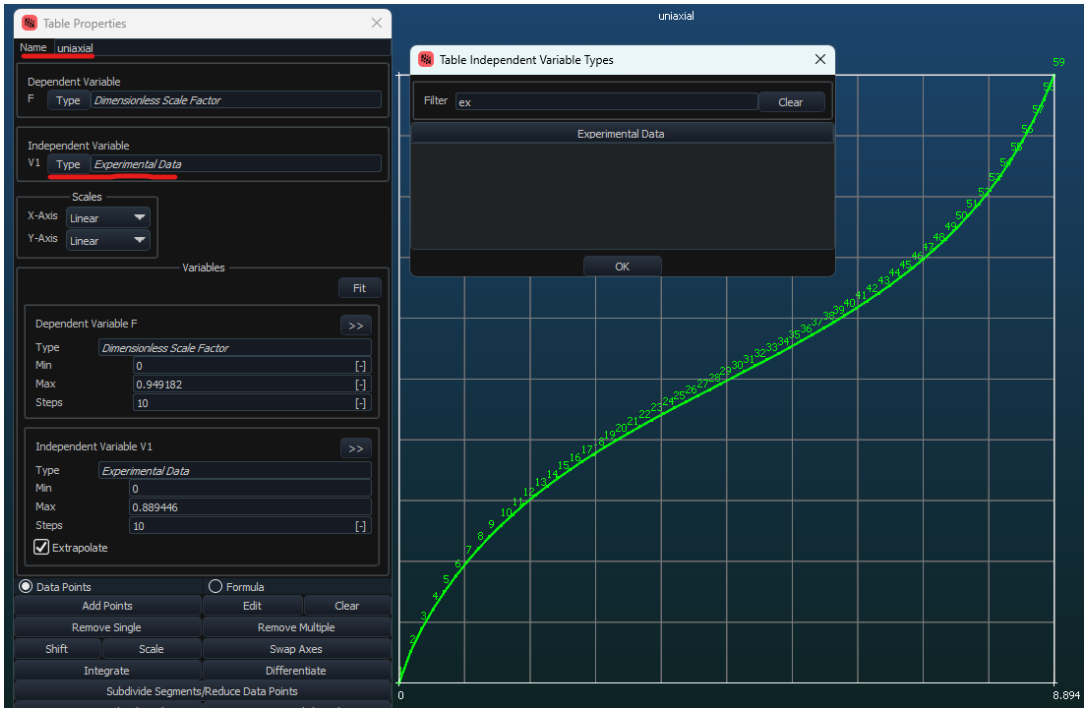
Mekanik testlerden elde edilen hiperelastik malzeme verileri Marc'ta kullanılarak, malzemenin gerçek dünyadaki davranışı, simülasyon destekli olarak daha iyi anlaşılmaktadır. Tek eksenli çekme, iki eksenli çekme ve düzlemsel kesme testlerinin verileri kullanılarak, sonlu elemanlar yöntemi için gerekli olan malzeme parametreleri elde edilir.

Test verilerini Marc'a okutmak için, Table & Coord System menüsünden Read aracı seçilir. Bu araç ile, .raw, .data gibi veri uzantıları eklenebilmektedir. Açılan pencereden istenilen test verilerinin seçimi yapılmaktadır. Test verileri Excel dosyası olarak da akatrılabilmektedir.



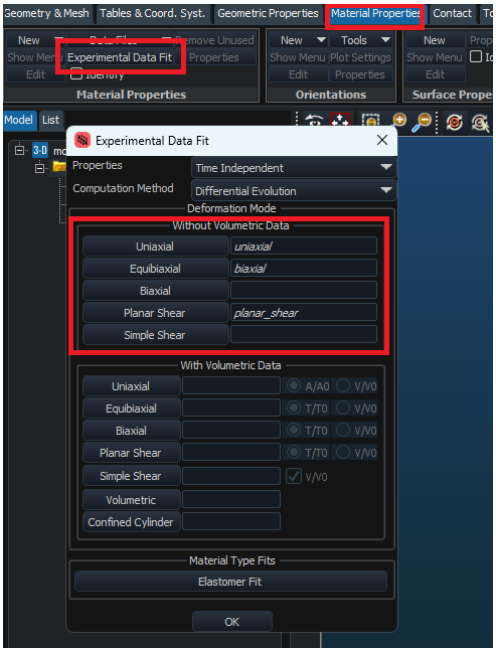
Figür 4 – Test sonuçlarının Marc'a import edilmesi

Birden fazla veri seti okunacağı için, isimlendirme yapılması kolaylık sağlayacaktır. Ardından tablonun türünün belirtildiği alanda, Table Type açılır menüsünden “Experimental Data Fit” türü seçilerek devam edilir. Aynı işlem, eklenecek tüm test verileri için tekrarlanır.



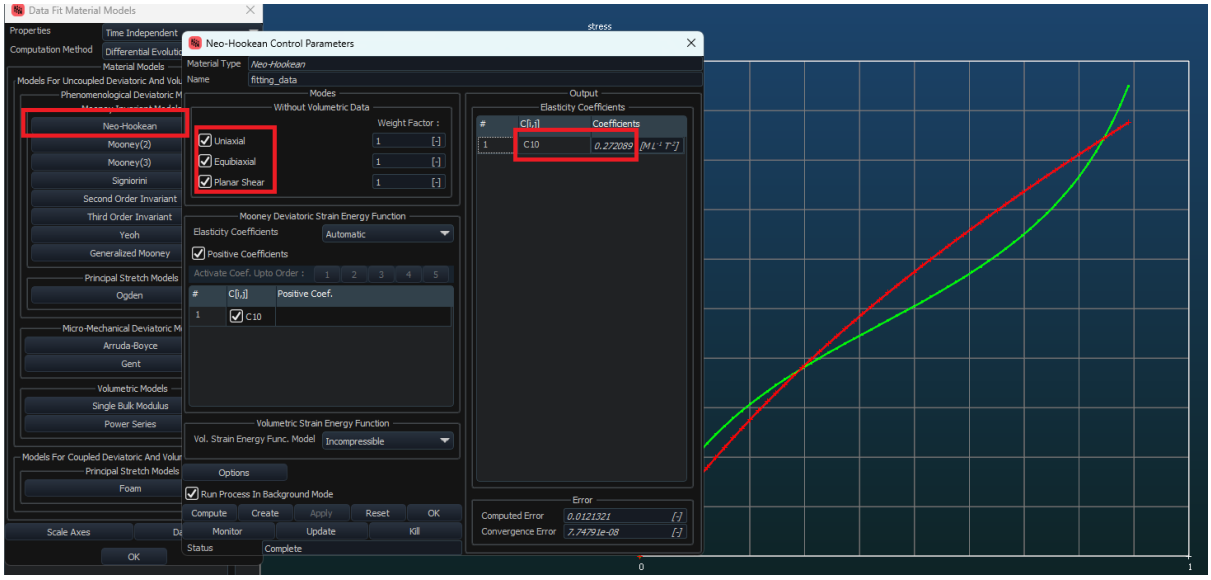
Figür 5 – Test verileri için tablo türü seçiminin yapılması

Marc içerisine aktarılan verilerin eğri uydurma prosedürü ile çalışabilmesi için, malzeme modeli seçilmelidir. Marc’ta Geometric Properties>Experimental Data Fit aracına tıklanarak, seçim yapılır.



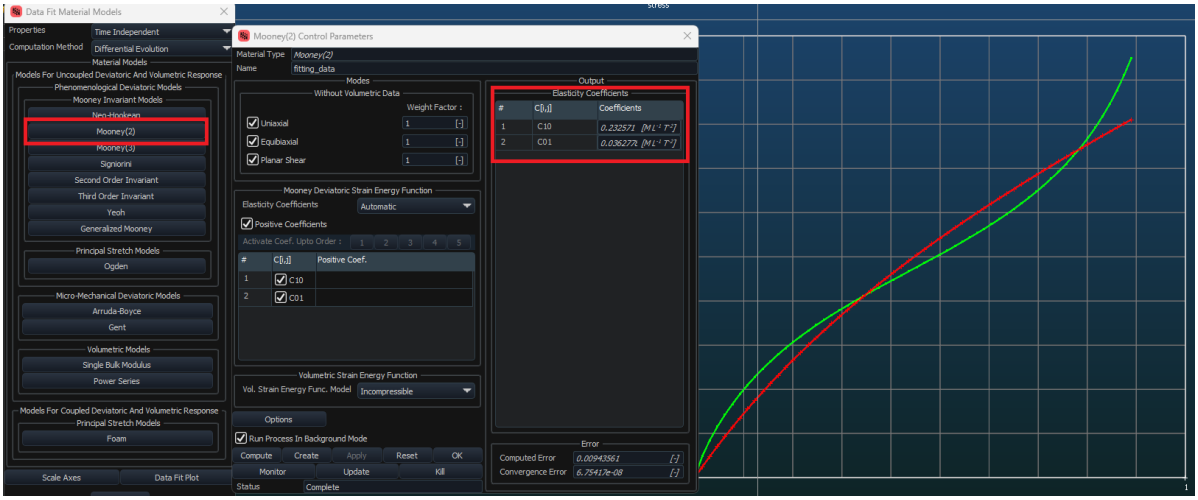
Figür 6 – Test verileri ile test türlerinin eşleştirilmesi

İstenilen testlerin seçimi tamamlandıktan sonra, Elastomer Fit butonuna tıklanır. İlk olarak Neo-Hookean modeli seçilerek, Compute butonuna tıklanır. Elde edilen C10 katsayısı Figür 7'de gösterilmektedir.



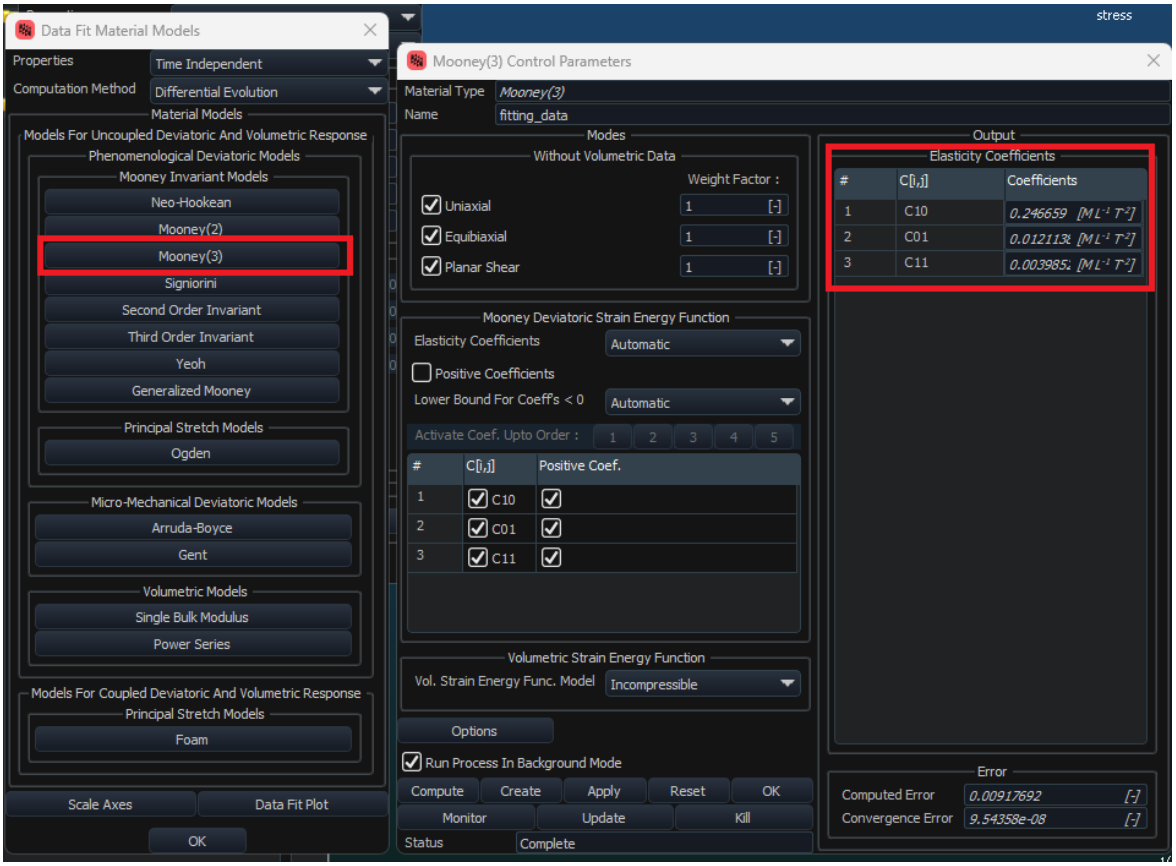
Figür 7 – Neo-Hookean Modeli için oluşturulan katsayı

3 farklı test verisi kullanılarak Neo-Hookean modeli oluşturulmuş oldu. Marc, varsayılan olarak modelin tüm ana deformasyon modlarındaki tepkisini gösterir. Sadece C10 elde edilmesinin nedeni, seçilen malzeme modelinin tek bir katsayı ile ifade ediliyor oluşudur. Genel bir analiz için bu yeterli olmaktadır. Ancak daha detaylı modelleme için, 2 ifadeli bir Mooney modeli tanımlaması yapılacaktır.



Figür 8 – 2 ifadeli Mooney Modeli için oluşturulan katsayı

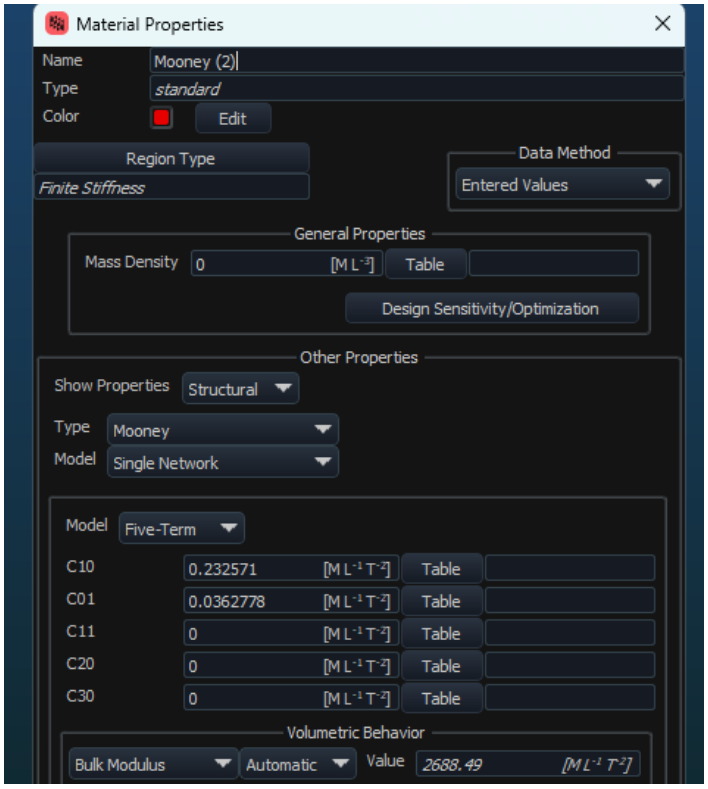
Figür 8'de 2 ifadeli Mooney için üretilmiş Strain enerjisi potansiyelinin katsayıları gözükmektedir. 3 ifadeli bir Mooney modeli tanımlamasının seçimi Figür 9'da gösterilmiştir.Bu model esasen, Mooney (2) ile benzerdir. Üçüncü katsayı neredeyse sıfırdır, dolayısıyla bu model Mooney (2) yerine seçilmeyebilir.



Figür 9 – 3 ifadeli Mooney Modeli için oluşturulan katsayı

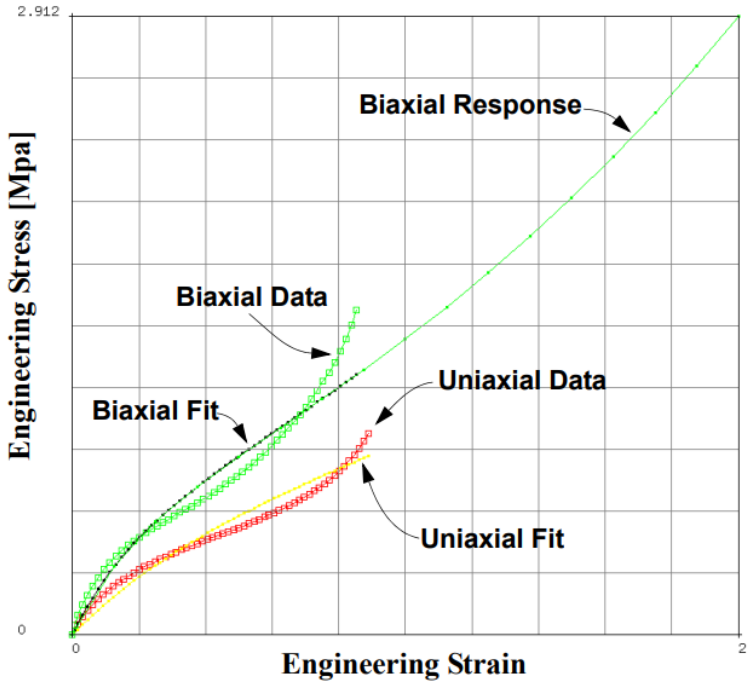
3 farklı Hiperelastik malzeme modeli ile birlikte; tek eksenli çekme, iki eksenli çekme ve düzlemsel kesme testleri kullanılarak eğri uydurma alıştırmaları tamamlanmış oldu. Katsayı miktarı arttıkça modelin daha doğru kurulduğu aşikar bir durumdur. Sağ alt kısımda bulunan Error bilgisi ile, eklenen verilerin hata oranları gözükmektedir.

Ancak malzemeyi daha az maliyet ile, basit modelleme durumu olsaydı, 2 ifadeli Mooney seçimi mantıklı olacaktır. Mooney (2) hesaplandıktan sonra, Apply butonuna tıklanarak otomatik olarak malzeme kartlarının içerisine gönderilir. Marc kullanıcı için var olan malzemenin C katsayılarını, hesapladığı kaysayılar ile değiştirir. Eğer halihazırda bir malzeme bulunmuyor ise yeni bir malzeme oluşturarak, katsayı aktarma sürecini tamamlamaktadır.



Figür 10 – Hesaplanan katsayı değerlerinin malzeme alanına yazılması

Malzeme değerlerinde yazan katsayılar ile bir demo analiz yapılarak, Post-process'te bir elemandan, Stress-Strain eğrisi çıkartılabilir. Test verileri ile karşılaştırma yapabilmek için pratik bir yol olmaktadır.



Figür 11 – Test verisi ile Analiz Sonucunun valide edilmesi

6. Referanslar

I. Marc Users Guide
II. Marc MAR103 Course Notes
III. Marc Volume A to E