MSC Nastran ile Süper Eleman Kullanımı

Hazırlayan
Fatih Furkan BARUT Yapısal Analiz Mühendisi

Tarih: 29/01/2024

Süper eleman analizleri bir alt yapılandırma olarak tanımlanabilir. Yani bir model farklı süper elemanlara bölünebilir ve bu süper elemanlar birbirlerinden bağımsız olarak modellenebilir. Her bir süper elemanın indirgenmiş bir matris seti (kütle, sönümleme, sertlik ve yükleme) ile sonuçlanır. Ayrıca süper elemanlar bir kere indirgendikten sonra ana yapıya eklenebilir ve analiz çözümü gerçekleştirilebilir.

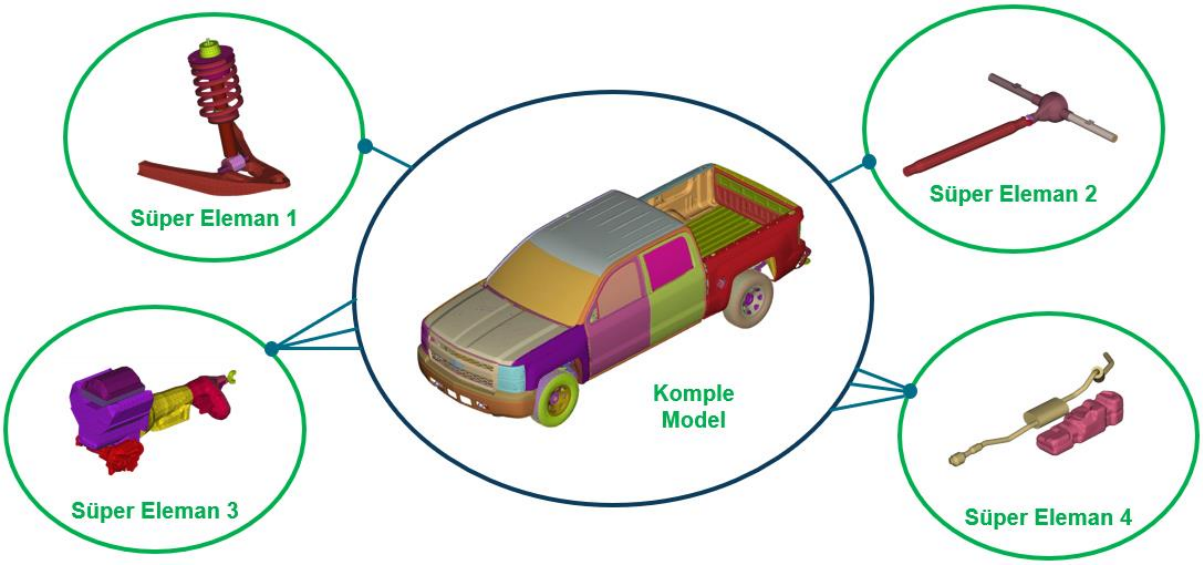
Süper eleman, bir yapının fiziksel ve matematiksel gösterimidir. Fiziksel olarak yapının bir bölümü veya sistemde bulunan bileşenlerden bazıları süper eleman olarak modellenebilir. Otomotiv sektörü için örnek vermek gerekirse; tam araç üzerinde çalışmalar gerçekleştirilirken araç şasisi normal bir şekilde modellenirken araca ait motor, şanzıman vb. parçalar süper eleman olarak modellenebilir. Bunun yanında havacılık sektöründe çalışmalar gerçekleştirilirken bir uçağın motoru normal bir şekilde modellenirken motorun bağlı olduğu kanat yapısı süper eleman olarak modellenebilir.

1. NEDEN SÜPER ELEMANLAR KULLANILIR?

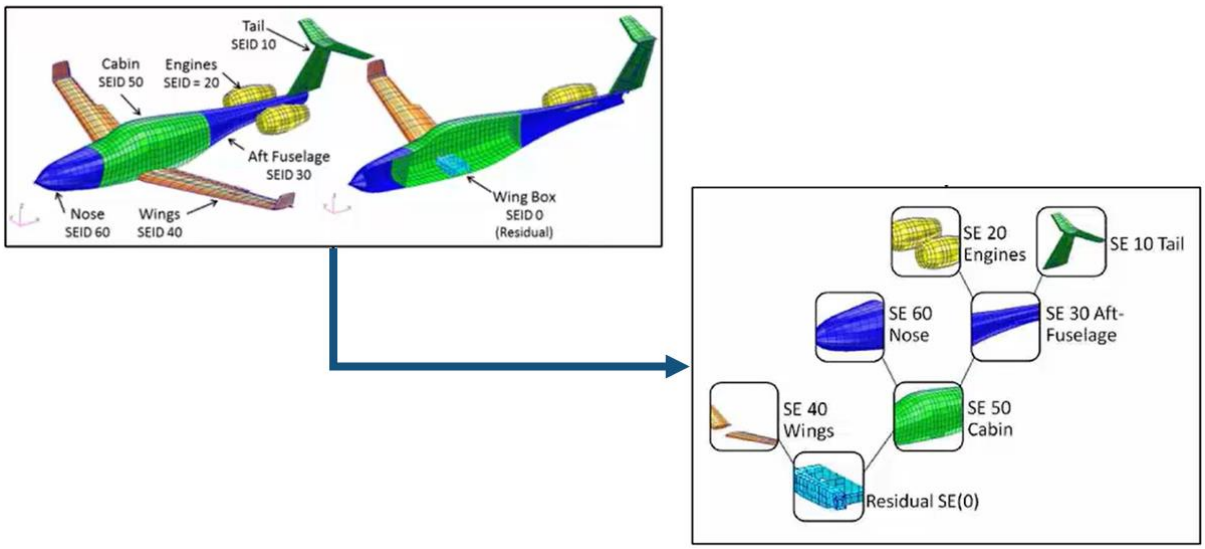
Süper elemanların avantajları şunlardır:

- Temel olarak analiz verimliliğini arttırır.
- Çözüm süresini kısaltır.
- Eğer süper elemanda bir değişiklik yapılmayacaksa, her analiz tekrarında süper eleman için baştan indirgeme işlemi yapılmasına gerek yoktur. Yani süper eleman için yalnızca bir kere indirgeme yapıldıktan sonra başka analizler için bu adım tekrarlanmaz.
- Disk kullanımını ve depolama boyutunu azaltır.
- Farklı birimler arasındaki bilgi aktarımını kolaylaştırır.
- Model gizliliği sağlanır.

Şekil 2 ve Şekil 3'de sırasıyla otomotiv ile havacılık sektörü için örnek kullanımlar görülmektedir.



Şekil 1. Otomotiv Sektöründe Süper Elaman Kullanımı



Şekil 2. Havacılık Sektöründe Süper Eleman Kullanımı

2. SÜPER ELEMAN KULLANIMINI DESTEKLEYEN ANALİZ TÜRLERİ

Süper elemanlar birçok analiz türünde kullanılabilir. Ancak indirgeme işlemi söz konusu olduğu için dikkat edilmei gereken bazı hususlar vardır. Bu hususlar kullanılan analiz türüne göre değişiklik gösterir. Örnek vermek gerekirse doğrusal olmayan analizler ile ilgili kısıtlamalar şunlardır:

- Süper eleman olarak modellenen bileşende “Large Deflection” durumu ihmal edilir. Ancak ana yapı üzerinde “Large Deflection” durumu ihmal edilmez.
- “Differential Stiffness” ve “Follower Force” etkileri süper elemana eklenebilir.

- Süper eleman olarak modellenen bileşende malzeme kaynaklı doğrusal olmama durumu ihmal edilir. Ancak ana yapı üzerinde malzeme kaynaklı doğrusal olmama durumu ihmal edilmez.
- Isı transferlerinde süper elemanlar doğrusal bir davranış sergilerler.

Şekil 3'de süper elemanların kullanılabileceği analiz türleri görülmektedir.

SOL Number	SOL Name	Description	SOL Number	SOL Name	Description
101	SESTATIC	Statics with options:	111	SEMFREQ	Modal frequency response
		Linear steady state heat transfer.	112	SEMTRAN	Modal transient response
		Alternate reduction.	128	SENLRHM	Nonlinear harmonic response
		Inertia relief.	129	NLTRAN	Nonlinear or linear transient response
103	SEMODES	Normal modes.	144	AESTAT	Static Aeroelastic response
105	SEBUCKL	Buckling with options:	145	SEFLUTTER	Aerodynamic flutter
		Static analysis.	146	SEAERO	Aeroelastic response
		Alternate reduction.	153	NLSCSH	Static structural and/or steady state heat transfer analysis with options:
		Inertia relief.			Linear or nonlinear analysis.
106	NLSTATIC	Nonlinear or linear statics	159	NLTCSH	Transient structural and/or transient heat transfer analysis with options:
107	SEDCEIG	Direct complex modes			Linear or nonlinear analysis.
108	SEDFREQ	Direct frequency response			
109	SEDTRAN	Direct transient response	200	DESOPT	Design Optimization
110	SEMCEIG	Modal complex eigenvalues	400	NONLIN	Nonlinear static and transient analysis

Şekil 3. Süper Eleman Destekleyen Analiz Türleri

3. İNDİRGEME YÖNTEMLERİ

Süper elemanların bir indirgeme işlemine tabi tutulduğu belirtilmişti. Bu indirgeme işlemleri:

- Statik (Guyan) İndirgeme:
  - Yapısal dayanım analizlerinde kullanılır.
  - Tüm sistem matrislerine uygulanabilir [K], [B], [M].
  - Katılık matrisi için kesin çözüm alınır.
- Dinamik İndirgeme:
  - Literatürde "Component Modal Synthesis" veya "Craig Bampton" metodu olarak adlandırılmaktadır.
  - Dinamik analiz türlerinde süper eleman tanımlamaları yapılacağı zaman kullanılır.

Statik indirgemede Eşitlik 1'de yer alan denklem kullanılmaktadır:

$$[K_{ff}]\{U_f\} = \{P_f\} \tag{1}$$

Bu eşitlikte yer alan "*f*" harfi "F-Set"i temsil etmektedir, yani yapının hem sınır düğüm noktalarını hem de iç düğüm noktalarını içermektedir. Eşitlik-1, Eşitlik-2'de görüldüğü gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} [K_{oo}] & [K_{oa}] \\ [K_{oa}]^T & [\overline{K}_{aa}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_o\} \\ \{U_a\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_o\} \\ \{\overline{P}_a\} \end{Bmatrix} \tag{2}$$

Eşitlik 2'de yer alan "a" harfi; yapının sınır düğüm noktalarını temsil ederken "o" harfi; yapının iç düğüm noktalarını temsil etmektedir.

"T-Set"ler "A-Set"e benzerdir ve "Retainde Physical DOF" olarak adlandırılır. Eşitlik 2'nin "T-Set"e göre yazılmış hali Eşitlik 3'de görülmektedir:

$$\begin{bmatrix} [K_{oo}] & [K_{ot}] \\ [K_{ot}]^T & [\bar{K}_{tt}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_o\} \\ \{U_t\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_o\} \\ \{\bar{P}_t\} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Eşitlik 3'de yer alan matrisin üst bölümü Eşitlik 4'de görüldüğü gibi yazılabilir:

$$[K_{oo}]\{U_o\} + [K_{ot}]\{U_t\} = \{P_o\} \tag{4}$$

Eşitlik 4'ün her iki tarafıda $[K_{oo}]^{-1}$ ile çarpılarak Eşitlik 5 elde edilir:

$$\{U_o\}^{total} = -[K_{oo}]^{-1}[K_{ot}]\{U_t\} + \{P_o\}[K_{oo}]^{-1} \tag{5}$$

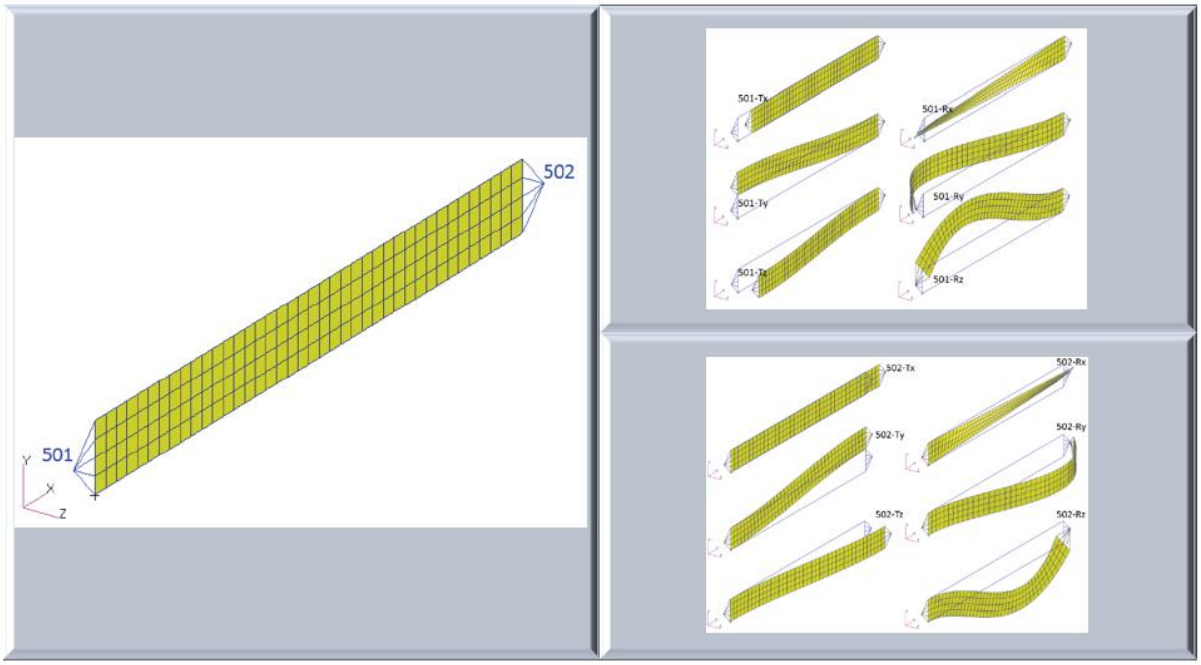
Eşitlik 5'de elde edilen deplasman *(U)* çözüm alınırken iki parçaya ayrılır. Bunlar; "Fixed Boundary Solution, $\{U_o\}^{fixed}$" ve "Free Boundary Solution, $\{U_o\}^{free}$"dir.

Denklemi basitleştirmek adına iç ve dış hareket arasındaki fiziksel sınır dönüşüm matrisi Eşitlik 6'da görüldüğü gibidir:

$$[G_{ot}] = -[K_{oo}]^{-1}[K_{ot}] \tag{6}$$

Fiziksel olarak $[G_{ot}]$ matrisi, kısıtlama modları (Constraint Modes) olarak da adlandırılan serbest sınır çözümünün etki katsayılarını temsil eder.

Kısıtlama modları (Constraint Modes), G_{ot}, statik yoğunlaşmanın (static condensation) bir parçası olarak üretilir ve birim yer değiştirmeyle hareket ettirilen bir DOF dışında tüm dış serbestlik derecelerinin sabit tutulmasıyla oluşturulan iç DOF'ların statik etki katsayılarından oluşur. Şekil 4'de yer alan yapı ele alınacak olursa, yapının uç nodları RBE2'ler ile 501 ve 502 numaralı nodlara bağlanmıştır. Sonrasında bu noktalardan sırasıyla TX, TY, TZ, RX, RY ve RZ yönleri serbest bırakılarak 1 birim hareket ettirilmiştir.



Şekil 4. Kısıtlama Modlarının Elde Edilmesi

Kısıtlama modlarının etki katsayıları (influence coefficients), çözümün sınır yer değiştirmeleri ile çarpıldığında, serbest sınır çözümü elde edilir. Bu durum eşitlik 7'de gösterilmektedir:

$$\{U_o\}^{free} = [G_{ot}]\{U_t\} \tag{7}$$

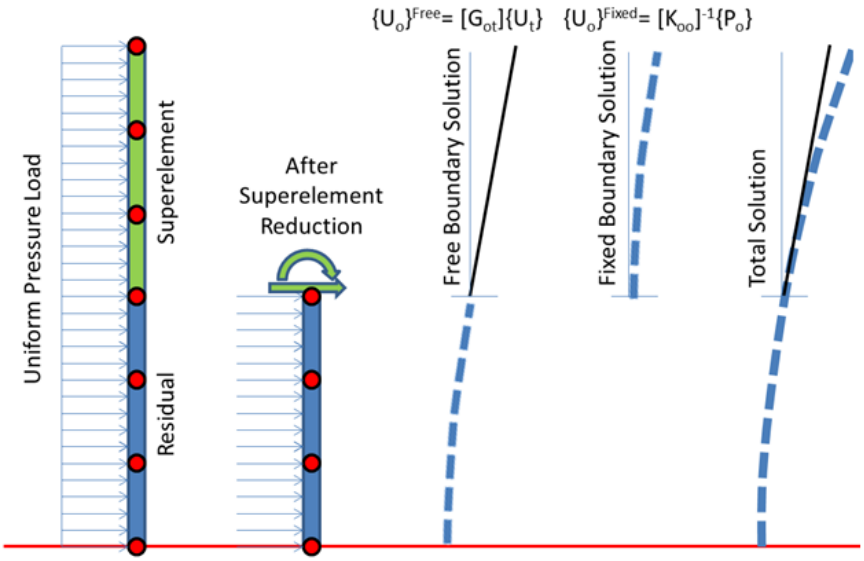
Süper elemanın sabit sınır koşulu ile çözümü ise Eşitlik 8'de görüldüğü gibi gerçekleştirilmektedir:

$$\{U_o\}^{fixed} = \{U_o^o\} = [K_{oo}]^{-1}\{P_o\} \tag{8}$$

Eşitlik 8, yükler uygulandığında ve dış noktalar sabit tutulduğunda süper elemanın yer değiştirmeleri için statik çözümü temsil eder. Sonuç olarak iç bölümdeki (interior) toplam deplasman ise Eşitlik 9'da görüldüğü gibi ifade edilebilir:

$$\{U_o\}^{total} = \{U_o\}^{free} + \{U_o\}^{fixed} \tag{9}$$

Şekil 5'de "Free Boundary Solution" ve "Fixed Boundary Solution" görülmektedir.



Şekil 5. "Free Boundary Solution" ve "Fixed Boundary Solution"

Eşitlik 3'de yer alan matrisin alt bölümüde benzer bir şekilde çözülür ve arzu edilen yapı süper eleman olarak modellenmiş olur.

4. NASTRAN SÜPER ELEMAN ÇEŞİTLERİ

Süper eleman tanımlamak için üç farklı yöntem bulunmaktadır. Bunlar:

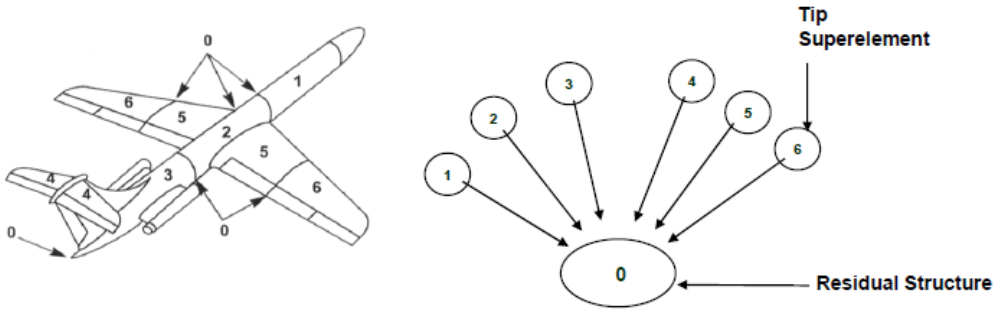
- **List Superelements:** "SESET" kartı kullanılarak tanımlamalar yapılabilmektedir. Bu yaklaşım kullanıldığında girdi farklı parçalara bölünmüş olur. Bu parçaların her biri bir süper elemanı temsil etmektedir.

- **Part Superlemenets:** “BEGIN SUPER” kullanılarak tanımlamalar yapılabilmektedir. Bu kart ile veriler farklı bölümlere ayrıştırılır. Toplu verilerin ayrı bölümleri, her bölümün modelin o bileşeni için tüm geometriyi, elemanları, özellikleri, destek noktalarını, parametreleri ve yükleme verilerini içermesi bakımından bağımsızdır. Bu yöntem kullanıldığında, program bir montaj işlemine benzer şekilde çalışmaktadır.

- **External Superelements:** Bu tanımlama kullanılırken süper eleman olarak modellenmek istenen bileşen ayrı bir BDF dosyasının içerisine alınır ve süper eleman ile ilgili MSC Nastran kartları yazıldıktan sonra çözüm gerçekleştirilir. Bu çözüm neticesinde yapıya ait matrisler belirtilen düğüm noktalarına (ana yapıyla olan bağlantı noktalarına) indirgenir. Daha sonra elde edilen bu matris dosyaları bağlantının gerçekleştirileceği parçaya atanır. Tercih edilen bir metottur. Çözüm süresinin kısalığı, tasarım değişikliklerine kolay cevap verebilme, veri gizliliği ve kolay bölüntülenebilme gibi avantajları bulunmaktadır.

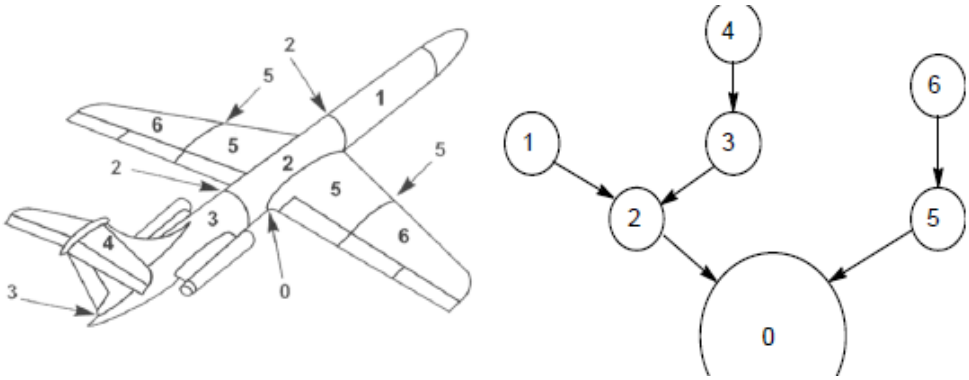
Bunların yanında süper elemanlar ana yapıya bağlanırken 2 farklı yöntem kullanılabilir:

- **Single Level:** Ayrı ayrı modellenen süper elemanların hespi tek seferde ana yapıya bağlanır. Şekil 6’da “Single Level” süper eleman gösterimi verilmiştir.



Şekil 6. “Single Level” Süper Eleman Bağlantı Yöntemi

- **Multi Level:** Süper eleman olarak modellenen bir bileşenin farklı bir süper elemana bağlanmasıdır. Şekil 7’de “Multi Level” süper eleman gösterimi verilmiştir.



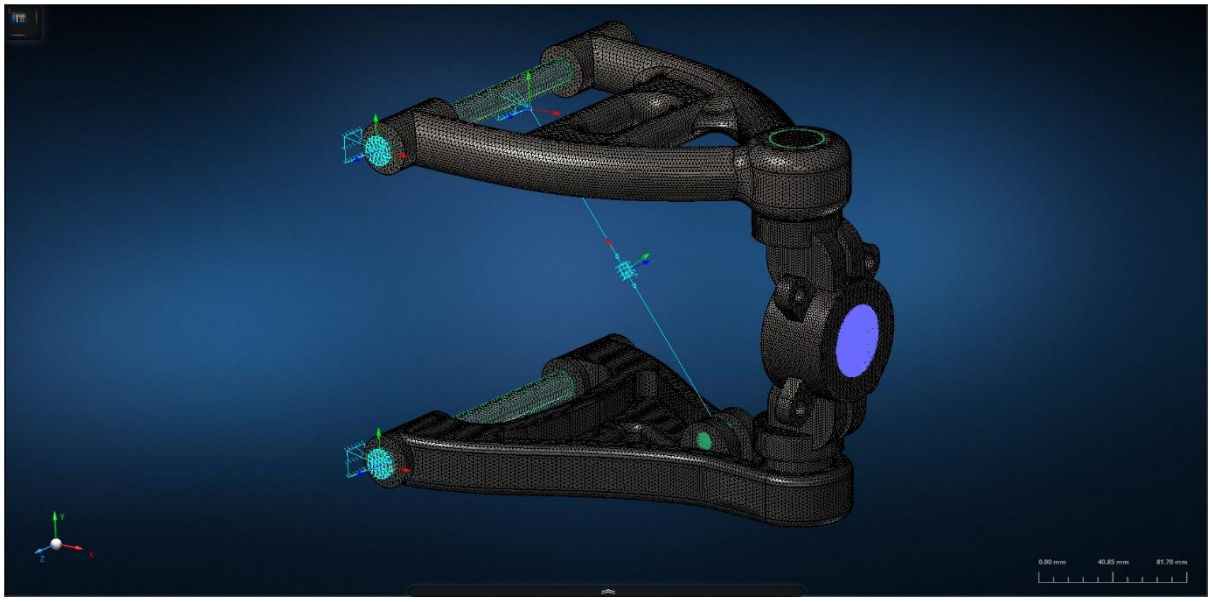
Şekil 6. “Multi Level” Süper Eleman Bağlantı Yöntemi

“Single Level” ve “Multi Level” tanımlamaları arasındaki farklar şu şekilde sıralanabilir:

- “Single Level” süper eleman tanımı “Multi Level” tanımlamalara göre biraz daha basittir.
- “Multi Level” süper eleman tanımlamaları biraz daha kullanıcı kontrolündedir.
- Kompleks yapılarda çalışırken “Multi Level” tanımlama yapmak daha kullanışlıdır.
- Çok fazla süper eleman tanımı olduğunda “Multi Level” kullanmak daha avantajlıdır.

5. ÖRNEK ANALİZ MODELİ

Örnek olarak bir taşıtın salıncak yapısı üzerinde doğrusal statik dayanım analizleri gerçekleştirilmiştir. Şekil 7’de analizlerde kullanılan geometri görülmektedir.



Şekil 7. Analizlerde Kullanılan Örnek Yapı

Dayanım analizleri gerçekleştirilirken tekerlek göbeğinin bağlantı noktasından (Knuckle üzerinden) y-ekseninde olacak şekilde bir kuvvet uygulanmıştır. Yay-damper mekanizması 1B eleman olan “CBUSH1D” kartı aracılığıyla tanımlanmıştır. Salıncaklar bağlanmış olduğu miller üzerinde dönme yönünde serbest hareket edebilecek şekilde yataklanmıştır.

Ağ yapısı oluşturulurken “Quadratic Tetra” elemanlar kullanılmıştır. Toplamda 1024946 eleman ve 1460069 adet düğüm noktası bulunmaktadır. Bütün sistem 8760414 adet serbestlik derecesine sahiptir.

Yapılacak olan analizler neticesinde yalnızca salıncak yapıları üzerindeki sonuçlar incelenmek istendiği için sistemde bulunan “Knuckle” süper eleman olarak modellenmiştir. Şekil 8’de “Knuckle” için kullanılan MSC Nastran süper eleman kartları görülmektedir.

```
$ Direct Text Input for Nastran System Cell Section
$ Linear Static Analysis, Database
ASSIGN OUTPUT4='EXTSE_10.op4', UNIT=30
SOL 101
GEOMCHECK NONE
CEND
ECHO = NONE
EXTSEOUT(ASMBULK=MAN,EXTBULK,EXTID=10) MATRIXOP4=30
SUBCASE 1
$ Subcase name : Default
   SUBTITLE=Default
   LOAD = 3
BEGIN BULK
$-------+++++++++-------+++++++++--------
ASET1   123456  1625642 1625641
```

Şekil 8. “Knuckle” için Kullanılan MSC Nastran Süper Eleman Kartları

Şekil 8’de yer alan “ASSIGN OUTPUT” kartı ile süper eleman analizi sonucunda oluşturulacak matrislerin hangi dosya formatında depolanacağı belirtilir. Eğer “ASSIGN OUTPUT4” kartı kullanılırsa süper elemana ait matrisler “OP4” formatında kaydedilir. Görselde yer alan “EXSEOUT” kartı ise hangi matrislerin çıktı olarak alınmak istendiği ve bu matrislerin hangi dosyaya yazılması gerektiğini belirten karttır. “ASET1” kartı ise süper eleman olarak modellenmek istenen parça ile ana yapı arasındaki bağlantı noktasını temsil eder. Bu çalışmada bağlantı noktaları “RBE2” elemanlar kullanılarak sağlanmıştır.

Süper eleman olarak modellenmek istenen parçaya ait “BDF” Şekil 8’de görüldüğü gibi düzenlendikten sonra koşturulmuş ve yapıya ait matris dosyaları elde edilmiştir. Daha sonra bu matris dosyaları Şekil 9’da görülen MSC Nastran kartları ile ana yapıya ait “BDF” içerisine yazılmıştır. Böylece “Knuckle” üzerindeki yükler ve katılık bilgisi salıncaklara iletilmiştir.

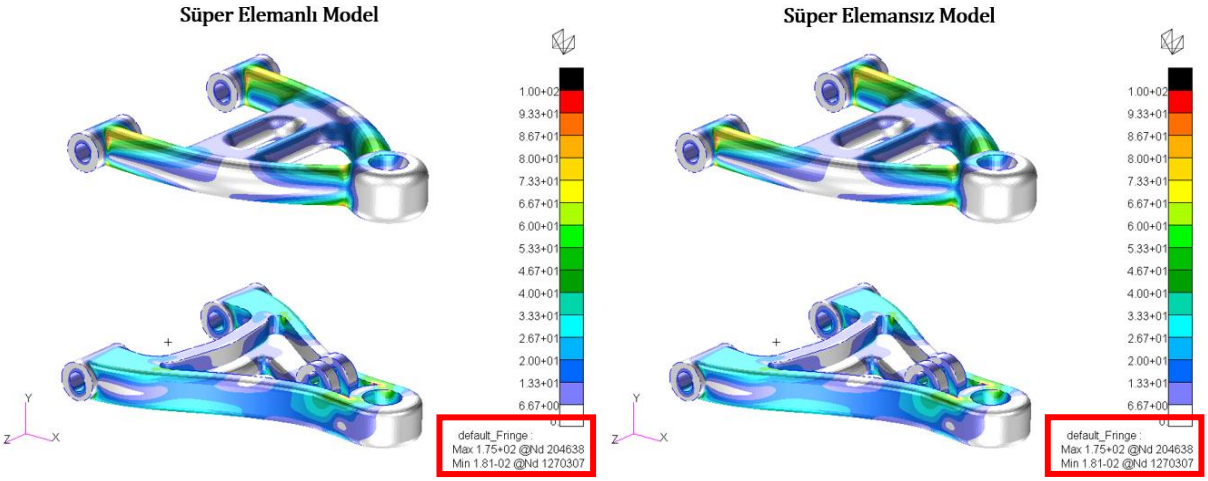
```
ASSIGN INPUTT4='EXTSE_10.op4', UNIT=30
SOL 101
GEOMCHECK NONE
CEND
                ⋮
include '00_se_model.asm'
include '00_se_model.pch'
ENDDATA
```

Şekil 9. Matrislerin Ana Yapıya Tanımlanması

Ana yapıya (salıncaklara) ait “BDF” şekil 9’da görüldüğü gibi düzenlendikten sonra MSC Nastran kullanılarak koşturulmuştur ve analizler tamamlanmıştır. Analizler koşturulurken yalnızca tek çekirdek kullanılmıştır.

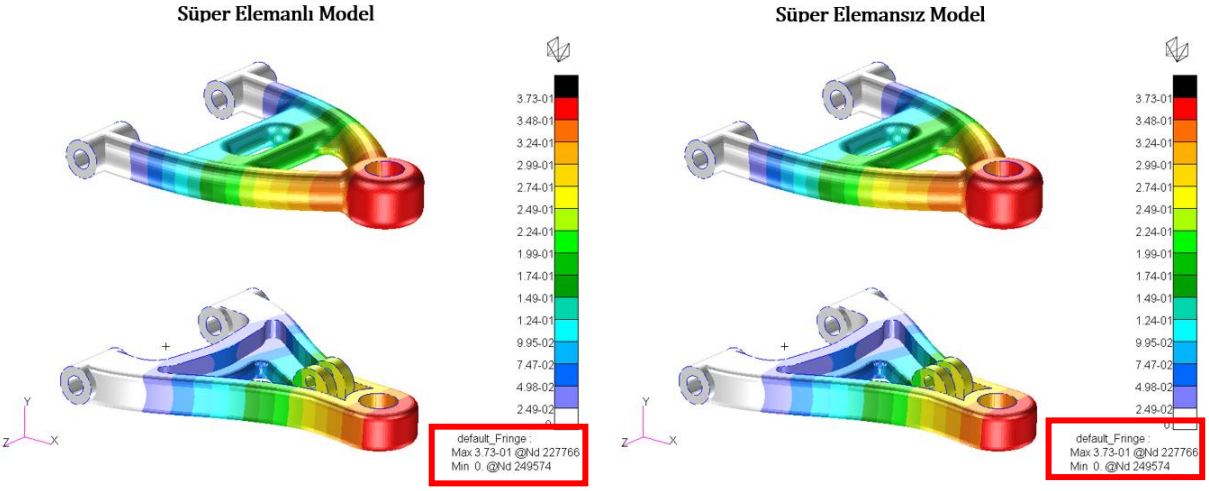
“External” süper eleman kullanırken burada olduğu gibi iki adet analiz koşturulmaktadır. Birinci çözümde matris dosyaları elde edilir, ikinci çözümde ise nihai sonuçlara ulaşılır.

Süper eleman içeren çözüm ile süper eleman içermeyen çözüm arasındaki farkları gözlemlemek için iki farklı analiz koşturulmuştur. Şekil 10'da her iki analiz için de yapı üzerindeki gerilme dağılımları görülmektedir.



Şekil 10. Yapı Üzerindeki von-Mises Gerilme Dağılımları

Şekil 11'de yapı üzerindeki deformasyon dağılımları yer almaktadır.



Şekil 11. Yapı Üzerindeki Deformasyon Dağılımları

Tablo 1'de analiz süreleri görülmektedir.

Tablo 1. Analiz Süreleri

Analiz Türü	Süper Elemanlı Model		Süper Elemansız Model	
	Matrislerin Elde Edilmesi	Ana Yapının Analiz Süresi	Matrislerin Elde Edilmesi	Ana Yapının Analiz Süresi
Analiz Süresi (sn)	1031	1222	----------	2570
Toplam	2253		2570	

6. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Süper elemanlı ve süper elemansız (normal çözüm) modellerin analiz sonuçları incelendiğinde elde edilen gerilme ve deplasman değerlerinin birebir aynı olduğu görülmüştür.

Analiz süreleri incelendiğinde ise süper eleman kullanımının analiz süresini %13 civarında düşürdüğü görülmektedir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken bir husus vardır. Süper eleman olarak modellenen yapı üzerinde herhangi bir değişiklik yapılmadığı sürece, elde edilen matris dosyaları istenilen herhangi bir analizde kullanılabilir. Örnek vermek gerekirse eğer "Knuckle" tasarımında ve üzerine gelen yüklerde herhangi bir değişiklik yapılmadan yalnızca salıncakların tasarımı değiştirilecek ise daha önceden elde edilmiş olan matris dosyaları burada kullanılabilir. Dolayısıyla bu açıdan bakıldığında analiz süreleri bu çalışma için yaklaşık olarak %53 azalacaktır. Bunun gibi tekrarlı analizlerde süper eleman kullanmak maliyet (süre) bakımından oldukça faydalı olacaktır.

Ayrıca analiz sürelerinin düşüş miktarı, bir sistemdeki süper eleman olarak modellenecek parçanın, sistemde bulunan serbestlik derecelerinin kaçta kaçını içerdiğine göre de değişiklik gösterir.

Tüm bunların yanında doğrusal olmayan (non-linear) analizlerde süper eleman kullanımları, modele bağlı olmakla birlikte, yakınsama problemlerinin aşılması ve analiz sürelerinin ciddi miktarda azaltılması gibi faydaları da beraberinde getirir.

6. REFERANS

- MSC Nastran Quick Referans Guide
- MSC Nastran Superelements and Modules User's Guide
- GrabCAD