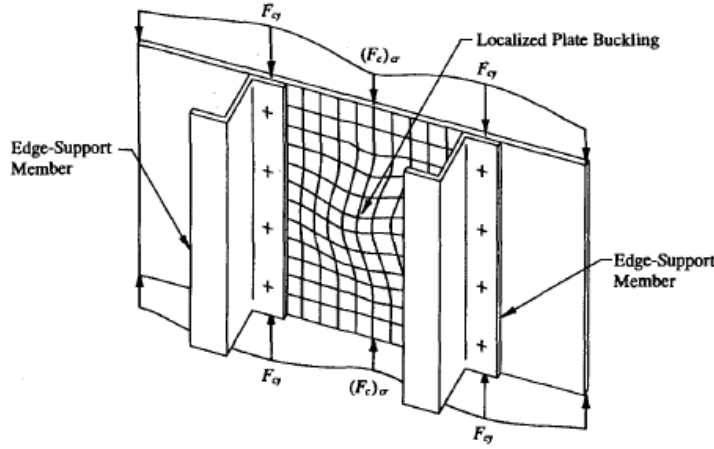


MSC NASTRAN İLE PLAKA YAPILARININ STABİLİTESİNİN İNCELENMESİ

HAZIRLAYAN
Enes AKKUŞ YAPISAL ANALİZ MÜHENDİSİ

Yayın Tarihi: 22/12/2022

Plakaların stabilitesi özellikle hava araçlarında, yapının güvenirliliği ve yapısal bütünlüğü açısından büyük öneme sahiptir. Örneğin kanat kirişlerinin web yapıları, gövde ve kanat dış yüzeyleri gibi birçok yapı, burkulma altında stabil bir davranış göstermek zorundadır. Bahsi geçen burkulma davranışı Şekil 1-1'de gösterilmiştir.



Şekil 1-1 Plaka Yapısı Burkulma Davranışı

Bu teknik yazıda MSC Nastran SOL105 – Linear Buckling ile burkulma analizlerinin MSC Patran ile nasıl yapıldığı, bdf dosyası incelemeleri ve sonuç karşılaştırmaları incelenecektir.

Doğrusal Burkulma teorisinin matris sistemi Eşitlik 1-1'de gösterilmiştir.

$$([K] + \lambda[KD])\{f\} = 0$$

Eşitlik 1-1 Burkulma Problemi İçin Matris Sistemi

*Eşitlik 1-1'*de gösterilen matris sistemindeki **[KD]** ifadesi “*Differential Stiffness Matrix*” olarak adlandırılmaktadır ve bu matris, eigenvalue ile çarpılarak eşitliğe eklenmektedir. Bu durumda burkulma analizlerinde mutlaka yük uygulanması gerekliliği oluşmaktadır. ($P \neq 0$)

Differential (Geometric veya Stress) Stiffness matrisi uygulanan statik yükleme altında yapıdaki iç gerilmelerin instabilite durumu üzerindeki etkisini temsil eder. Matematiksel olarak strain-displacement arasındaki yüksek dereceli terimler üzerinden hesaplanır. Bu nedenle burkulma analizinde aslında art arda iki adet çözüm alınmaktadır:

- Doğrusal Statik
- Eigenvalue Çözümü

Kritik burkulma yükü ise *Eşitlik 1-2* ile hesaplanmaktadır. ($\lambda = \lambda_i$)

$$\{P\}_{cr_i} = \lambda_i \{P\}$$

Eşitlik 1-2 Kritik Burkulma Yüğü

*Eşitlik 1-2'*deki eigenvalue değeri (λ) aynı zamanda buckling load factor (BLF) olarak geçmektedir. Bu durumda $BLF \leq 1$ ise yapının burkulmaya uğradığı anlaşılmaktadır.

1. MSC NASTRAN BDF İLE BURKULMA ANALİZ UYGULAMASI

BDF Dosya Yapısı

Bu kısımda Nastran Solution Sequence tanımlaması yapılmalıdır. Nastran’da Burkulma Analizi için kullanılan Solution Sequence, SOL105 ifadesi ile Şekil 1-1’deki gibi yapılmaktadır.

```
SOL 105
CEND
$ Direct Text Input for Global Case Control Data
ECHO = NONE
SUBCASE 1
  SUBTITLE=Default
  SPC = 2
  LOAD = 2
  DISPLACEMENT (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  SPCFORCES (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  OLOAD (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
SUBCASE 2
  SUBTITLE=Default
  SPC = 2
  METHOD = 1
  VECTOR (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  SPCFORCES (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  STATSUB = 1
```

Şekil 1-1 Burkulma Analizi BDF Yapısı (Bulk Data Hariç)

Case Control kısmında Şekil 1-1’deki gibi 2 adet Subcase tanımlaması yapılmaktadır.

Bu iki Subcase'den SUBCASE 1 diferansiyel katılık matrisini oluşturmak için yapılan lineer statik analiz subcase tanımlaması, SUBCASE 2 ise burkulma analizini gerçekleştirebilmek için uygulanan Burkulma Analizi Subcase tanımlamasıdır.

SUBCASE 1 için normal bir statik analizde olduğu gibi SPC ve LOAD Case Control kartları ile sınır koşulu ve uygulanacak yük kartlarına sırasıyla referanslanır.

SUBCASE 2 için METHOD, SPC ve STATSUB kartları sırası ile EIGRL, SPCADD ve lineer statik Subcase ID'si (Bu örnekte 1) ile referanslanır.

Burada dikkat edilmesi gereken nokta, kullanılan Subcase'lerdeki SPC'lerin aynı SPC olması gerekmektedir. Aynı SPC'lerin kullanılmaması durumunda matris boyutlarındaki farklılık nedeniyle hata mesajı alınır.

İlk olarak "METHOD" Kartı ile EIGRL kartı EIGRL kartı ile referanslanır.

EIGRL	1	5	0
-------	---	---	---

Şekil 1-2 Örnekte Kullanılan EIGRL Kartının Yapısı

EIGRL kartı ile başlıca ilgilenilen istenilen eigenvalue sayısı belirtilebilir. Bu örnekte ilk 5 eigenvalue'nun çıkarılması istenmiştir.

"STATSUB" Kartı ise lineer statik Subcase'inin ID'si ile aşağıdaki gibi referanslanır.

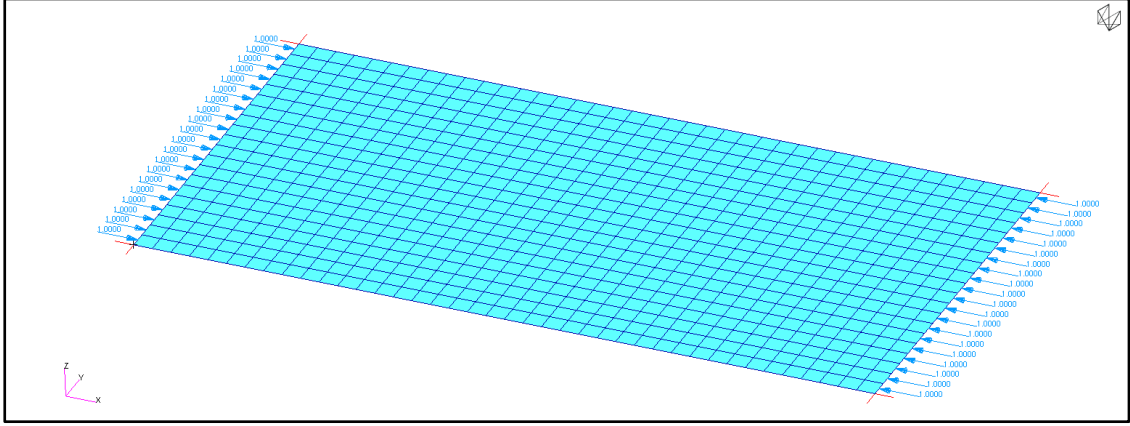
```
SOL 105
CEND
$ Direct Text Input for Global Case Control Data
ECHO = NONE
SUBCASE 1
  SUBTITLE=Default
  SPC = 2
  LOAD = 2
  DISPLACEMENT (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  SPCFORCES (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  OLOAD (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
SUBCASE 2
  SUBTITLE=Default
  SPC = 2
  METHOD = 1
  VECTOR (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  SPCFORCES (PLOT, SORT1, REAL) =ALL
  STATSUB = 1
```

Şekil 1-3 STATSUB Kartı ile Lineer Statik Subcase'sinin Referanslanması

Not: Modelde kullanılan METHOD, EIGRL, STATSUB ve diğer kartlar ile ilgili daha detaylı bilgi "MSC Nastran Quick Reference Guide" içerisinde bulunabilir.

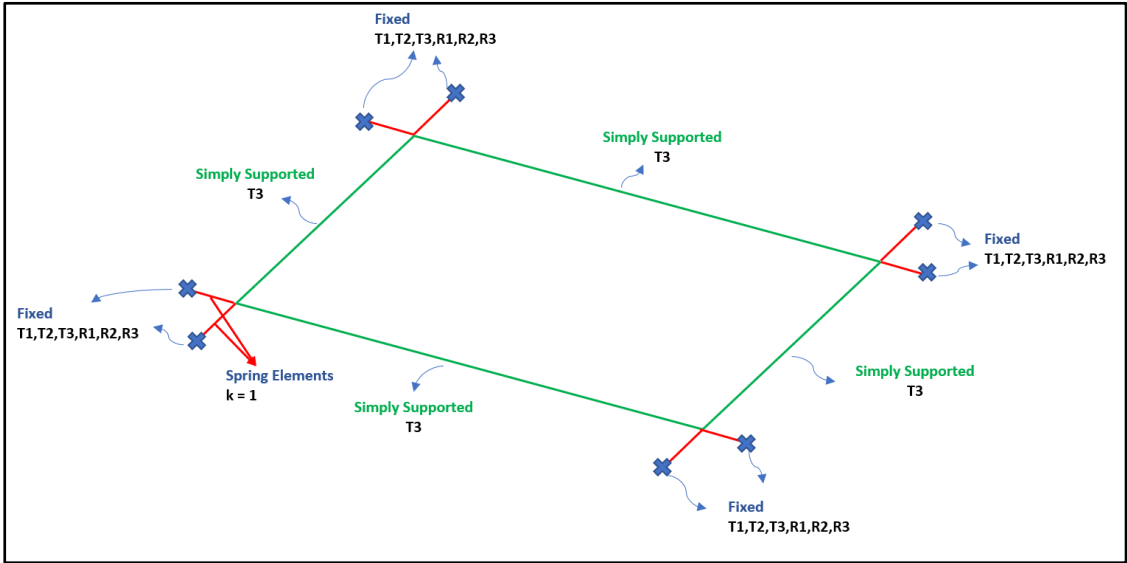
2. MSC PATRAN'DA BURKULMA ANALİZİ UYGULAMASI

Patran'da burkulma analizi yapılırken Şekil 2-1'deki model üzerinden uygulama gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2-1 Burkulma Analizi Uygulama Modeli

Şekil 2-1'deki modelde şeklindeki 1 mm kalınlığındaki bütün kenarlarından simply supported (Tz yönünde kısıtlanmış) olup Spring elemanların ucu bütün yönlerinden sabitlenmiştir. Plakaya her iki kısa kenarından 1 MPa bası yükü uygulanmıştır.



Şekil 2-2 Burkulma Analizi Modeli Sınır Koşulları

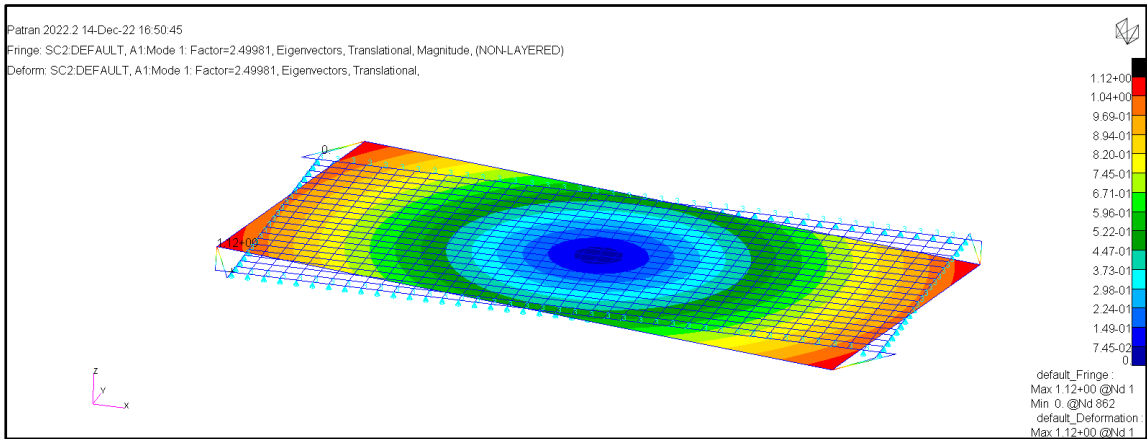
3. SONUÇ

Bu kısımda yapının anlamlı ilk burkulma modu incelenecektir. Sonlu Elemanlar Modelini oluşturan plaka şeklindeki yapı her iki kısa kenarından 1MPa basınç ile bası yönünde yüklenmişti. Bu durumda elde edilecek ikinci eigenvalue değeri yapının anlamlı ilk burkulma modunu ifade edecektir. İlk eigenvalue değeri ise Spring elemanlara girilen düşük yay katsayısı neticesinde plakanın kendi ekseninde dönmesi olacağından dikkate alınmamalıdır.

MODE NO.	EXTRACTION ORDER	EIGENVALUE	REAL EIGENVALUES	
			RADIANS	CYCLES
1	1	2.499808E+00	1.581078E+00	2.516364E-01
2	2	2.570226E+01	5.069740E+00	8.068742E-01
3	3	3.017018E+01	5.492739E+00	8.741965E-01
4	4	4.027032E+01	6.345890E+00	1.009980E+00
5	5	4.033482E+01	6.350970E+00	1.010788E+00

Şekil 3-1 Burkulma Analizinde İlk 5 Eigenvalue

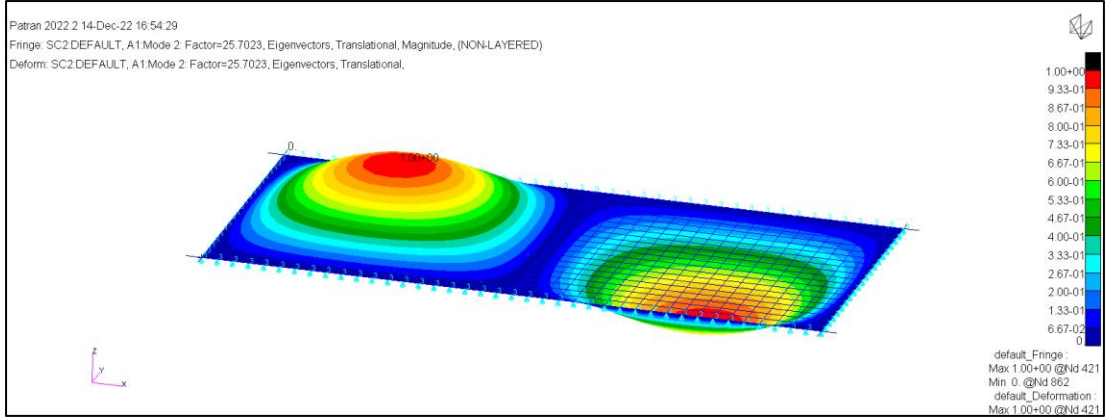
Görüldüğü yapının ilk burkulma modu oldukça düşüktür ve bunun nedeni plakanın Şekil 3-2’de görüldüğü gibi kendi etrafında dönmesi sonucu oluşmuştur.



Şekil 3-2 Yapının İlk ve Anlamsız Burkulma Modu

İlgilenilmesi gereken ilk anlamlı burkulma modu ise 2. olarak oluşan ve asıl burkulma modunu ifade eden **25.7022** eigenvalue değerine sahip olan moddur.

Şekil 3-3’de bu moda ait analiz sonucu gösterilmiştir.



Şekil 3-3 Yapının İlk Anlamli Burkulma Modu

Burkulma analizlerinde genellikle ilk anlamli eigenvalue (λ_1) değeri ile ilgilenilir çünkü yapının burkulma direncini tayin eden değer bu değerdir.

Girdi olarak verilen yük 1 MPa olduğundan yapının kritik burkulma yükü Eigenvalue'a eşit olacaktır. Bu durumda Eşitlik 1-2'ye göre kritik burkulma yükü **25.7022 MPa**'dır.

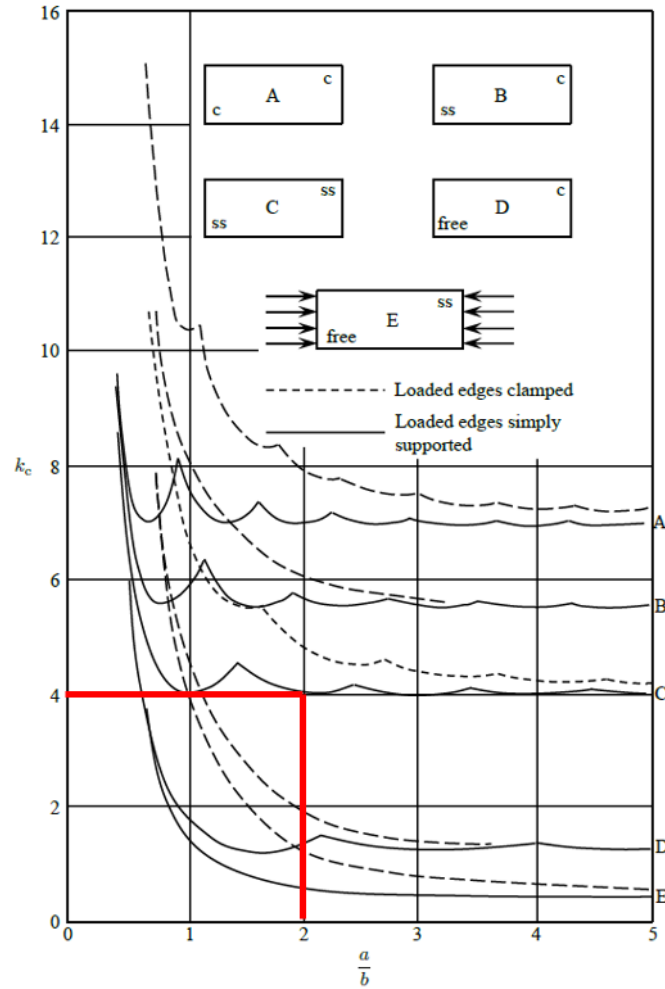
$$P_{cr} = 25.7022 * 1 = \mathbf{25.7022 MPa}$$

Elde edilen bu değerin el hesabı ile korelasyonunu sağlamak için Eşitlik 3-1'deki formülasyondan yararlanılacaktır.

$$\frac{(F_c)_{cr}}{\eta_c} = \frac{\pi^2 K_c E_c}{12(1 - \mu^2)} \left[\frac{t}{b} \right]^2$$

Eşitlik 3-1 Tek Eksenli Bası Durumunda Olan Plakalar için Kritik Burkulma Yüğü

Eşitlik 3-1'deki K_c değeri compression bucking coefficient olarak ilgili kaynaklardan bulunabilmektedir [1]. Bu model için K_c değeri yaklaşık olarak 4'tür.



Şekil 3-4 Tek Eksenli Bası Yüğü Altında Burkulma Sabiti [Kc]

$$\frac{(Fc)_{cr}}{1} = \frac{\pi^2 * 4 * 70000}{12 * (1 - 0.33^2)} * \left[\frac{1}{100}\right]^2$$

$$(Fc)_{cr} = 25.8434 \text{ MPa}$$

4. KAYNAKÇA

- [1] PRACTICAL STRESS ANALYSIS FOR DESIGN ENGINEERS, FLABEL.
- [2] MSC NASTRAN LINEAR BUCKLING ANALYSIS IN NASTRAN AND PATRAN